

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP:

- [1] Học sinh nghiên cứu trước ở SGK (Đại số & Giải tích 11) từ trang 29 đến trang 36;
- [2] Huy động lại kiến thức về các công thức lượng giác ở lớp 10;
- [3] Thảo luận với các bạn cùng lớp và giáo viên về các phương trình lượng giác thường gặp;
- [4] “Chốt” kiến thức trọng tâm và ghi nhớ;
- [5] Thảo luận & Ghi chép cẩn thận các bài giải của bài tập mẫu do giáo viên hướng dẫn;
- [6] Làm các bài tập tự luận, bài tập trắc nghiệm được giao.

BÀI 3. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Phương trình bậc nhất theo một hàm số lượng giác

Phương trình bậc nhất theo một hàm số lượng giác là các phương trình có dạng:

$$a \sin x + b = 0; \quad a \cos x + b = 0; \quad a \tan x + b = 0; \quad a \cot x + b = 0$$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ Phương pháp giải: Chuyển về phương trình lượng giác cơ bản.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Học sinh xem ví dụ 1, ví dụ 2 ở SGK

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a) $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$

b) $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$

c) $\sqrt{3} \cot \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$

d) $2 \cos(x + 50^\circ) = -\sqrt{3}$

Hướng dẫn Giải

$$\text{a) } 2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

b) $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$

ĐK: $\cos(3x) \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

PT $\Leftrightarrow \tan 3x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 3x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$.

Các câu còn lại làm tương tự.....

Dạng 2. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

Phương trình bậc hai chứa một hàm số lượng giác là phương trình có dạng :

$$a \begin{bmatrix} \sin u(x) \\ \cos u(x) \\ \tan u(x) \\ \cot u(x) \end{bmatrix}^2 + b \begin{bmatrix} \sin u(x) \\ \cos u(x) \\ \tan u(x) \\ \cot u(x) \end{bmatrix} + c = 0$$

Trong đó a, b, c là các số thực, $u(x)$ là biểu thức chứa x

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ Các phương trình mà sau khi biến đổi ta được một trong các dạng sau ($a \neq 0$) :

• $a \sin^2 u + b \sin u + c = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \sin u$

Điều kiện: $-1 \leq t \leq 1$

$(1) \Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$

• $a \tan^2 u + b \tan u + c = 0 \quad (1)$

Điều kiện: $\cos u \neq 0$.

Đặt $t = \tan u$,

$(1) \Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$

• $a \cos^2 u + b \cos u + c = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \cos u$

Điều kiện: $-1 \leq t \leq 1$

$(1) \Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$

• $a \cot^2 u + b \cot u + c = 0 \quad (1)$

Điều kiện: $\sin u \neq 0$

Đặt $t = \cot u$,

$(1) \Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 3. Học sinh xem Ví dụ 4 ở SGK

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a) $3\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

b) $3\tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$

c) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

d) $3\cot^2 x + 3\cot x - 2 = 0$

Hướng dẫn Giải

a) $3\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

Đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$

$$Pt \Leftrightarrow 3t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 & (n) \\ t = \frac{2}{3} & (n) \end{cases}$$

Khi $t = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$

Khi $t = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

b) $3\tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$

ĐK: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Đặt $t = \tan x$

$$Pt \Leftrightarrow 3t^2 - 2\sqrt{3}t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Với $t = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Các câu còn lại làm tương tự.....

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $\tan^3 x - 3\tan^2 x - 2\tan x + 4 = 0$

b) $4\sin^3 x + 4\sin^2 x - 3\sin x = 3$

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $2\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x - 2 = 0$

b) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

c) $6\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$

d) $\sqrt{3}\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + 1 = 0$

e) $\tan^2 3x + (1 - \sqrt{3})\tan 3x - \sqrt{3} = 0$

f) $4\cot^2 \frac{x}{3} - 2(\sqrt{3} - 1)\cot \frac{x}{3} - \sqrt{3} = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0$

b) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

c) $2\cos 2x + 4\sin x + 1 = 0$

d) $2\cos 2x - 2(\sqrt{3} + 1)\cos x + \sqrt{3} + 2 = 0$

i) $\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$

j) $\frac{1}{\cos^2 x} - 1 + \tan x - \sqrt{3}(\tan x + 1) = 0$

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $\tan^3 x - 1 + \frac{1}{\cos^2 x} + \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 3$

b) $2\sin^2 x = 1 + \sin 3x$

c) $1 + \sin 3x = \sin x + \cos 2x$

d) $\tan^2 x + \cot^2 x + 2(\tan x + \cot x) = 6$

e) $\cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x - \frac{1}{\cos x} - \frac{7}{4} = 0$

f) $\frac{1}{\cos^2 x} + \cot^2 x + \frac{5}{2}(\tan x + \cot x) + 2 = 0$

Dạng 3. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ (Phương trình cổ điển)

Có dạng $a \sin x + b \cos x = c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$, và $a^2 + b^2 \neq 0$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $a^2 + b^2 \geq c^2$

Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, ta được:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vì $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = 1$ nên đặt $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Khi đó ta được: $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ rồi giải như phương trình cơ bản.

⚡ **Chú ý:** Nếu $a = b$ có thể dùng công thức sau để giải:

$$\sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \pm \sqrt{2} \cos\left(x \mp \frac{\pi}{4}\right)$$

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 6. Học sinh xem Ví dụ 9 ở SGK

.....

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

b) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$

c) $3 \sin 3x - 4 \cos 3x = 5$

d) $2 \sin x + 2 \cos x - \sqrt{2} = 0$

Hướng dẫn Giải

$$\text{a) } \sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{b) } \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{6} \cos x - \cos \frac{\pi}{6} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} - k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} - k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Các câu còn lại làm tương tự.....

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos 3x$

b) $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

b) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -\sqrt{2}$

e) $3\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

f) $2\cos x - 3\sin x + 2 = 0$

i) $\cos(2x - 15^\circ) + \sin(2x - 15^\circ) = -1$

j) $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 1$

k) $5\cos 2x + 12\sin 2x = 13$

l) $2\sin x + 2\cos x = \sqrt{2}$

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 2x + \sqrt{3} \sin 4x = -3$

b) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

c) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

d) $2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

i) $2\cos 2x - \sin 2x = 2(\sin x + \cos x)$

j) $2\sin 17x + \sqrt{3} \cos 5x + \sin 5x = 0$

k) $\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2} \cos 13x$

l) $8\sin^2 \frac{x}{2} - 3\sin x - 4 = 0$

Dạng 4. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$ (Phương trình đẳng cấp)

Có dạng: $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ (1)

Hoặc $a' \sin^2 x + b' \sin x \cos x + c' \cos^2 x = d$ (2)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0 \quad (1)$$

$$\text{Hoặc} \quad a' \sin^2 x + b' \sin x \cos x + c' \cos^2 x = d \quad (2)$$

Biến đổi (2) $\Leftrightarrow a' \sin^2 x + b' \sin x \cos x + c' \cos^2 x = d (\sin^2 x + \cos^2 x)$

$$\Leftrightarrow (a' - d) \sin^2 x + b' \sin x \cos x + (c' - d) \cos^2 x = 0 \quad (2')$$

Phương trình (2') cũng là dạng (1), nên ta chỉ xét dạng (1). Nếu gặp dạng (2) thì ta đưa về dạng (1) như trên.

Sau đây là cách giải dạng (1):

☞ Nếu $a = 0$ và $b, c \neq 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \cos x \cdot (b \sin x + c \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ b \sin x + c \cos x = 0 \end{cases}$

☞ Nếu $c = 0$ và $b, a \neq 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \sin x \cdot (a \sin x + b \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ a \sin x + b \cos x = 0 \end{cases}$

☞ Nếu $a, b, c \neq 0$:

☝ Kiểm tra xem với $\cos x = 0$ thì (1) có thỏa hay không? ($\cos x = 0$ thì $\sin x = \pm 1$). Nếu thỏa thì kết luận rằng phương trình có 1 họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

☝ Với $\cos x \neq 0$, chia 2 vế của (1) cho $\cos^2 x$, ta được phương trình:

$$a \tan^2 x + b \tan x + c = 0 \quad (1')$$

(1') là phương trình bậc 2 theo $\tan x$, ta đã biết cách giải (Xem phần 2).

☝ Nghiệm của (1) là nghiệm của (1') và $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (nếu có).

☞ **Chú ý:** Ngoài ra ta có thể dùng công thức hạ bậc để đưa (1) về dạng phương trình bậc nhất theo $\sin 2x$ và $\cos 2x$ (Phần 3). Với:

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

☺ **Ghi chú:** Phương trình đẳng cấp bậc 3:

$$a \sin^3 x + b \sin^2 x \cos x + c \sin x \cos^2 x + d \cos^3 x = 0$$

Giải tương tự như đẳng cấp bậc 2.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 9. Học sinh xem Ví dụ 8 ở SGK

Ví dụ 10. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = -2$

b) $4\sin^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$

c) $\sqrt{3}\sin 2x + 2\cos^2 x - 1 = 0$

d) $2\cos^2 x + 3\sin 2x - 8\sin^2 x = 0$

Hướng dẫn Giải

a) $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = -2$

Xét $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ không thỏa pt nên không là nghiệm pt.

Xét $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos^2 x \neq 0$. Chia 2 vế pt cho $\cos^2 x$

$$Pt \Leftrightarrow \frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{5\sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{-2}{\cos^2 x} \Leftrightarrow 2\tan^2 x - 5\tan x - 1 = -2(1 + \tan^2 x)$$

$$\Leftrightarrow 4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan x\left(\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Các câu còn lại làm tương tự.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 6. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$

b) $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$

c) $\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2}$

d) $2\cos^2 x + \sin 2x - 4\sin^2 x = -4$

e) $\sin^2 x - 10\sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0$

f) $\cos^2 x - 3\sin x \cos x + 1 = 0$

g) $\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x - \sin^2 x = 1$

h) $2\cos^2 x - 3\sin x \cos x + \sin^2 x = 0$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN**Câu 1** Tìm nghiệm của phương trình $\sin x(\cos x - 1) = 0$.

A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 2 Tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $a \sin x + b \cos x = c$.

A. $a^2 + b^2 \geq c^2$.

B. $a^2 + b^2 \leq c^2$.

C. $a^2 + b^2 > c^2$.

D. $a^2 + b^2 < c^2$.

Câu 3 Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

(I) $\cos x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$; (II) $\sin x = 1 - \sqrt{2}$; (III) $\sin x + \cos x = 2$.

A. (I).

B. (II).

C. (III).

D. (I), (II), (III) đều sai.

Câu 4 Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ thỏa mãn điều kiện: $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = \frac{\pi}{3}$.

C. $x = \frac{\pi}{4}$.

D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 5 Tìm nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = \frac{k\pi}{2}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 6 Tìm nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7 Tìm nghiệm của phương trình $2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 1$.

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8 Tìm tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình: $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$.

A. $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \pi$.

B. $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}$.

Câu 9 Cho phương trình $m \sin x + (m+1) \cos x = \frac{m}{\cos x}$. Tìm các giá trị của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm.

- A. $-4 < m < 0$. B. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$. D. $-4 \leq m \leq 0$.

Câu 10 Tìm nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \cot 3x + \sin(\pi + 2x) - \sqrt{2} \cos 5x = 0$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$

Câu 11 Tìm nghiệm của phương trình $2 \tan x + \cot 2x = 2 \sin 2x + \frac{1}{\sin 2x}$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{9} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12 Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$.

- A. $x = k\frac{\pi}{12}$ hay $x = k\frac{\pi}{4}, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\frac{\pi}{9}$ hay $x = k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = k\pi$ hay $x = k\frac{\pi}{6}, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = k2\pi$ hay $x = k\frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13 Tìm nghiệm của phương trình $3 \cos x + 2|\sin x| = 2$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14 Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $\cos^2 x - 4 \cos x + m = 0$ có nghiệm.

- A. $-3 \leq m \leq 5$. B. $-5 < m < 3$. C. $-3 < m < 5$. D. $-5 \leq m \leq 3$.

Câu 15 Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + m$ có nghiệm?

- A. $m \leq 1$. B. $m \leq -3 \vee m \geq 1$. C. $-3 < m < 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15					

